

УДК 519.718.519.218.28:316.4
<https://doi.org/10.32686/1812-5220-2020-17-4-10-21>

ISSN 1812-5220
© Проблемы анализа риска, 2020

Иерархическое моделирование эпидемической опасности распространения нового коронавируса COVID-19¹

Черкашин А. К.,
Институт географии
им. В. Б. Сочавы СО РАН,
664033, Россия, г. Иркутск,
ул. Улан-Баторская, д. 1

Аннотация

Предмет исследования — многоуровневое изучение территориальных особенностей опасности чрезвычайных ситуаций, анализ оперативной информации и управление рисками различного происхождения. Разрабатывается тематическая модель текущего эпидемического процесса коронавируса COVID-19 в терминах теории надежности. Модель базируется на методах параметрического вариационного и иерархического моделирования, где учитывается подобие экспоненциальных функций связи характеристик опасной ситуации на разных организационных уровнях.

Цель работы — выявление особенностей реакции населения разных стран на противо-эпидемические меры органов государственного управления рисками.

Методы исследования основаны на информационной технологии проектирования и аппроксимации кривых и поверхностей функциями различной сложности, что реализуется средствами фрактального параметрического моделирования пространственных объектов и позволяет путем варьирования параметров и функций их связей создавать новые графические конфигурации. Расчеты проводятся в смещенных относительно средовых значений переменных, что дает возможность принять во внимание территориальную специфику управления параметрами интенсивности отказов (риска заболевания). В сравнительно-статистическом анализе преимущество моделирования определено относительно показателей надежности, что позволяет нивелировать страновые особенности сбора эпидемиологических данных. Сложность иерархических моделей выражается в кратности вложения (суперпозиции) экспоненциальных функций. В модели эпидемии в данном случае не регулируется интенсивность заражения (риски заболевания), а снижается приемлемый риск инфицирования путем организационного давления на величину этого риска. Эффективность воздействия оценивается по значениям устойчивых показателей управляемости, индивидуальным для каждой территории. Высокую управляемость поведением населения в условиях начавшейся эпидемии продемонстрировали власти Китая, средний уровень свойственен западным странам со сходными тенденциями развития пандемии. Российское общество показало низкую управляемость при высокой степени государственной готовности к борьбе с пандемией.

Ключевые слова: демографическая реакция, управление риском заражения коронавирусом, параметрическая аппроксимация, иерархическое моделирование, теория надежности, приемлемый риск.

Для цитирования: Черкашин А. К. Иерархическое моделирование эпидемической опасности распространения нового коронавируса COVID-19 // Проблемы анализа риска. Т. 17. 2020. № 4. С. 10—21, <https://doi.org/10.32686/1812-5220-2020-17-4-10-21>

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

¹ Исследование выполнено за счет средств государственного задания АААА-А17-117041910167-0.

Hierarchical Epidemic Risk Modeling of Spreading New COVID-19 Coronavirus²

Alexander K. Cherkashin,

V.B. Sochava Institute of
geography SB RAS,
664033, Russia, Irkutsk,
str. Ulan-Bator, 1

Abstract

The subject of the research are a multi-level study of the territorial characteristics of emergency situations, analysis of operational information, and risk management of various origins. A topic model of the current COVID-19 coronavirus epidemic process have been developed in terms of reliability theory. The model is based on the methods of parametric hierarchical and variational modeling, which takes into account the similarity of exponential functions of the relationship between the parameters of the situation at different organizational levels.

The objective of the work is to identify the characteristics of the reaction of the population of different countries to anti-epidemic measures of public risk management.

The research methods are based on information technology for designing and approximating curves and surfaces with functions of various complexity, which is implemented by means of fractal parametric modeling of spatial objects and allows you to create new graphical configurations by varying the parameters and functions of their connections. Calculations are performed in variables that are biased relative to the environmental values, which makes it possible to take into account the territorial specifics of managing the parameters of the failure rate (risk of disease). In comparative statistical analysis, the advantage of this modeling is related to the relativity of reliability indicators, which makes it possible to eliminate country-specific features of epidemiological data collection. The complexity of hierarchical models is expressed in the multiplicity of embedding (superposition) of exponential functions. The model of the epidemic does not regulate the intensity of infection (disease risk), but reduces the acceptable risk of infection by organizational pressure on the magnitude of this risk. The effectiveness of the impact is assessed by the values of stable manageability indicators, which is individual for each territory. The Chinese authorities demonstrated high manageability of the population's behavior in the conditions of the beginning of the epidemic. The average manageability level is typical for Western countries with similar trends in the development of the pandemic. Russian society has shown low manageability with a high degree of state readiness to fight the pandemic.

Keywords: demographic response, risk management of coronavirus infection, parametric approximation, hierarchical modeling, reliability theory, acceptable risk.

For citation: Cherkashin Alexander K. Hierarchical epidemic risk modeling of spreading new COVID-19 coronavirus // Issues of Risk Analysis. Vol. 17. 2020. No. 4. P. 10—21, <https://doi.org/10.32686/1812-5220-2020-17-4-10-21>

The author declare no conflict of interest.

Содержание

Введение

1. Модели и методы иерархического моделирования надежности и риска

2. Статистический анализ управления риском заражения коронавирусом

Заключение

Литература

² The research is executed at the expense of means of the state AAAA-A17-117041910167-0 task.

Введение

Распространение ранее неизвестного коронавируса COVID-19 (SARS-CoV-2) в подавляющем большинстве стран на международном уровне рассматривается как чрезвычайная пандемическая ситуация, опасная для населения и экономики государств. Обеспечение безопасности глобальных и региональных систем жизнедеятельности требует оперативного анализа поступающей информации об эпидемическом процессе заражения и создания адекватных моделей и методов управления рисками. При использовании различных моделей процесса отмечается, что расчетные коэффициенты их уравнений устойчивы по регионам, но изменяются во времени, что связывается с влиянием регулирования чрезвычайной ситуации — усиления мер профилактики и борьбы с эпидемией [1].

Для формализованного описания эмпирических эпидемических кривых применяются разные методы исследования и моделирования [2, 3], в том числе учитывающие естественную иерархию организации общества [4, 5]. Выделяются уровни инфекционного влияния людей внутри возрастных групп, контактов между возрастными группами одного поселения, транзитных связей между населенными пунктами и межрегионального взаимодействия в масштабе национальных и международных сетей коммуникаций [6]. На каждом уровне используются специальные модели, точность которых определяется качеством наличных данных и принятыми средствами моделирования.

Для обоснованной аппроксимации кривых и поверхностей функциями различной сложности удобно использовать методы информационной технологии автоматизированного проектирования изделий — САПР [7, 8]. Она реализуется средствами параметрического моделирования (параметризацией) с использованием параметров объектов и соотношений между ними, что позволяет путем варьирования параметров и их связей быстро создавать новые конфигурации. Параметр — это обычно независимая исходная величина для выделения геометрического объекта из множества других объектов по внутренним свойствам, внешним факторам и пространственно-временному положению, а также функциональная характеристика связи параметров типа коэффициентов моделей. Реализуется алгоритм иерархической параметризации модели

объекта, в котором определяются порядок создания элементов и последовательность их подчинения друг другу по принципу от частного к производному общему, подчиненному исходной детальной части. Происходит последовательное уточнение функциональных характеристик модели — функций конструирования моделей, в которые на вход поступают значения, полученные при выполнении предыдущих функций (функций от функций, суперпозиции функций). Предполагается, что такие последовательности обладают фрактальными свойствами самоподобия структур и функций на разных уровнях сложности, что позволяет методами фрактального уточнения (детализации) формировать конструкции с требуемой точностью [9].

Среди существующих типов параметризации САПР в данном случае интерес представляют иерархическая и вариационная. В первой параметризации отображается в виде «дерева построения», где перечислены все существующие в модели функции в порядке их создания и взаимосвязи. Вариационная параметризация основана на построении модели пространственного объекта в виде системы уравнений зависимости параметров [8]. Чаще всего такие уравнения отражают линейные зависимости, например, в виде иерархической регрессии, когда пошагово добавляются первичные параметры (переменные) к предыдущей линейной модели для ее уточнения и определения информативности новой переменной, увеличивающей коэффициенты множественной корреляции R и детерминации R^2 . Это важно для оценки влияния различных параметров — характеристик свойств объектов и факторов среды — на результат. В схеме иерархического моделирования регрессионные коэффициенты, значения которых отражают эффекты влияния факторов на нижележащем уровне, становятся предметом моделирования на вышележащем уровне, т.е. описываются как функции этих или других параметрических факторов [10—12]. Вариационная параметризация путем изменения параметров и коэффициентов их связей позволяет легко изменять графические формы, обеспечивая ими аппроксимацию данных в пространстве-времени.

Методы параметрического моделирования применимы не только для анализа и синтеза чисто геометрических объектов, но и для создания моделей абстрактных поверхностей и соответствующих

функций в различных параметрических пространствах, где координаты имеют предметно-тематическое содержание. Тематическая модель определяет, к каким темам относится текстовое знание, какие термины образуют каждую тему и к какой предметно-ориентированной области она принадлежит [13, 14].

Перспективными являются многоуровневые тематические модели, сформулированные в терминах теории надежности (ТН) [15, 16]. Они удовлетворяют требованиям, предъявляемым к оценочным показателям [17] вне зависимости от области прикладных исследований, где применяется ТН. Естественная взаимосвязь понятий ТН обеспечивает требуемую конкретную интерпретацию и практическую полезность. Цель и задача данного исследования — для совершенствования моделей эпидемического процесса выявить особенности реакции населения [18] разных стран на противоэпидемические меры органов государственного управления рисками с использованием математико-статистических моделей ТН, отражающих иерархию сложности изучаемых процессов.

1. Модели и методы иерархического моделирования надежности и риска

В зависимости от уровня сложности социальной организации и применяемых понятий и методов моделирования эпидемического процесса используются разные типы математических моделей. Распространенным является логистическое уравнение эпидемической кривой модели SIR [2]:

$$\frac{dI}{dt} = \alpha I S (S_0 - I), \quad (1)$$

где S_0 и $S(t)$ — исходное, базовое в группах риска и текущее в момент t количество непереболевшего населения, восприимчивого к инфекции (чел.); $I(t)$ — число обнаруженных, подтвержденных случаев заболевания с начала процесса $t = t_0$ (в днях); α — положительная константа (частота контактов в расчете на чел., 1/чел.день); $S(t) + I(t) = S_0$. Уравнение (1) отражает механизм регулирования, подобный горению топлива или таянию снега, формирующего потоки тепла или половодья. В начале процесса, когда $S \approx S_0$, нарастание $I(t)$ идет почти по экспоненте $I(t) = \exp[\alpha S_0(t - t_0)]$ или в полулогарифмической шкале $\ln I(t) = \alpha S_0(t - t_0)$ — по прямой зависимости от времени t . Согласно (1), максимум накопления (пик заболеваемости) инфицированного населения

$I(t)$ удовлетворяет условию $d^2I/dt^2 = \alpha S_0 - 2\alpha I = 0$, т.е. при $I_m = S_0/2$ и $S_0 = 2I_m$. Число больных $I(t)$ растет до значения $I = I_m$, после которого идет спад темпов $V(t)$ инфицирования. Эпидемическая кривая $V(t) = dI(t)/dt$ модели SIR симметрично построена вокруг момента $t = t_m$ пика заболеваемости I_m , представляет собой перевернутую параболу $V(t) = \alpha I(S_0 - I)$ с минимальными значениями $V(t) = 0$ при $I(t_0) = 0$ и $I(t_k) = S_0$, за пределами которых получается $V(t) < 0$, что неестественно для эпидемического процесса. Для устранения этого недостатка используются колоколообразные кривые $V(t)$ типа кривой Гаусса с симметрией относительно I_m (рис. 1).

Действительные кривые $V(t)$ эпидемического процесса коронавируса COVID-19 положительны и асимметричны относительно пика заболеваемости (см. рис. 1): экспоненциально нарастают в первой фазе, сохраняют постоянное значение (плато) во второй и медленно по экспоненте снижаются в третьей фазе. Экспоненциальное семейство функций плотности распределения [19] всегда имеет положительные значения, что важно для учета особенностей процесса. Для их описания используем уравнения связи понятий ТН при анализе статистического материала мониторинга пандемии COVID-19 в разных странах.

По определению надежность — свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, обеспечивающих выполнение определенных функций в данных условиях [20]. Надежность связывается с отсутствием отказов (утрат, аварий, заболеваний) в работе (деятельности) — свойством объекта сохранять его работоспособность (жизнедеятельность) во времени или в процессе наработки по принятому параметру (возрасту, расстоянию, числу применений). Отказ в эпидемическом процессе связан с инфицированием, потерей здоровья или смертью человека.

Для количественной оценки развития эпидемии COVID-19 используют показатели надежности, например, вероятность безотказной работы до момента t , которая задается невозрастающей функцией надежности $P^*(t)$ — возможности сохранения здоровья в группах риска к моменту t , что определяется относительно начала 2020 г. Очевидно, перед началом эпидемии $P^*(t_0) = 1$, и если и далее остается $P^*(t) = 1$, то инфекционный процесс не формируется. Факт $P^*(t) < 1$ указывает

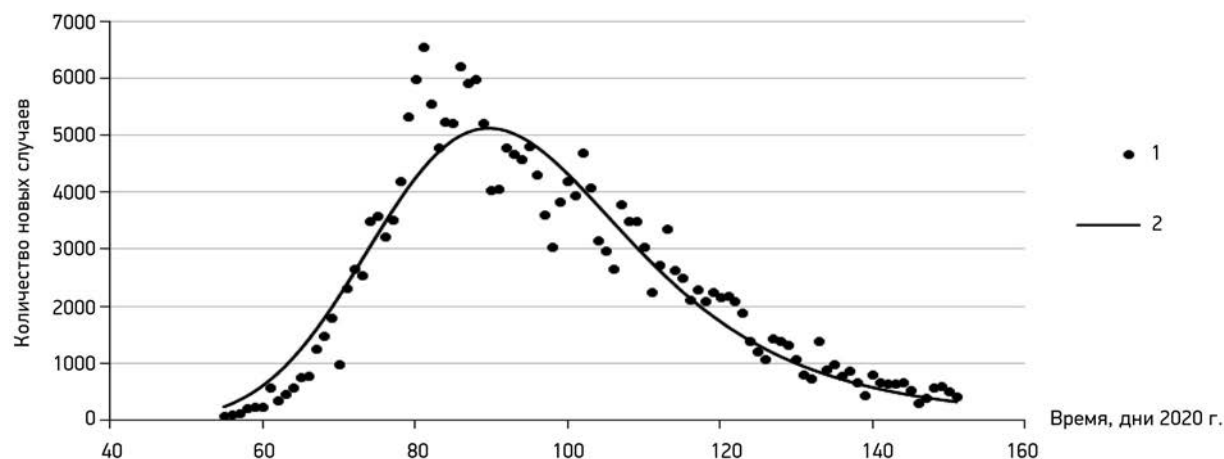


Рис. 1. Изменение со временем количества вновь обнаруженных случаев заражения населения коронавирусом COVID-19 в Италии: 1 — исходные данные; 2 — результаты расчетов

Figure 1. Changes over time in the number of newly discovered cases of infection with COVID-19 coronavirus in Italy: 1 — initial data; 2 — results of calculations

на момент начала эпидемического процесса $t = t_0$ в конкретной стране, когда функция кумулятивной вероятности накопления установленных случаев заражения (ненадежности) равна $F^*(t) = 1 - P^*(t)$. Тогда в эпидемиологической модели (1) $S(t) = S_0 P^*(t)$, $I(t) = S_0 F^*(t)$. Расчеты показателей надежности проводятся на основе значений $I(t)$ и S_0 . При появлении новых данных $I(t)$ величина S_0 возрастает и уточняется с использованием принятого вида функции $P^*(t)$.

С функцией надежности $P^*(t)$ связаны другие показатели отказов (заболеваний):

$$P(t) = -\frac{dP^*(t)}{dt}, E(t) = -\ln P^*(t), p(t) = \frac{dE}{dt} = \frac{P(t)}{P^*(t)}, \quad (2)$$

где $P(t)$ — функция плотности вероятности (распределения) отказов, в частности доля количества подтвержденных случаев инфицирования за единицу времени (сутки); $E(t)$ — интегрированная опасность, вероятность того, что процесс будет продолжаться до момента t ; $G(t) = 1 - E(t)$ — мера возможности достижения состояния безопасности; $p(t)$ — интенсивность отказов, дифференцированная опасность или риск, равный доле заболевших за единицу времени в численности чувствительного населения $S(t)$ (заболеваемость). Риск $p(t)$ — это

мера текущего отклонения от того, что ожидалось ранее с вероятностью $P^*(t)$. Логистическое уравнение (1) в терминах ТН соответствует пропорциональности $p(t) = \alpha S_0 F^*(t)$ меры риска $p(t)$ накопленной доле зараженного чувствительного населения $F^*(t) = I(t)/S_0$. Оно хорошо работает в первых фазах эпидемии коронавируса до начала снижения текущего прироста $V(t)$ установленных случаев заражения. В этот период, например, в России связь на уровне $R = 0,99$ обеспечивается с частотой контактов $\alpha = 0,619$ млн чел. в день. За фиксированный период спада инфицирования значение частоты снижается до $\alpha = 0,443 \pm 0,107$. Следовательно, для учета варьирования коэффициентов необходима более точная модель аппроксимации данных, отличная от уравнения (1). С этой целью осуществляется параметрическое проектирование графиков по схеме иерархического многоуровневого моделирования.

За основу принимаются экспоненциальные функции времени t вида $Y(\tau) = Y_m \exp(B\tau)$ смещенных переменных $Y(\tau) = X(\tau) - X_m$, $\tau = t - t_m$. Функции являются решением линейных дифференциальных уравнений $dY/d\tau = BY(\tau)$. Постоянные смещения (константы) X_m и t_m индивидуализируют средовую ситуацию по странам по зависимым и независимым исходным наблюдаемым переменным $X(t - t_m)$ и t . Предполагается, что

в многоуровневой модели реализуются фрактальные свойства, когда коэффициенты этого уравнения описываются аналогичным способом $dB/d\tau = bB(t)$, выражая отношение подобия уравнений разного ранга. Вычисленная переменная $B(t)$ подставляется в уравнение $dY/d\tau = B(t)Y(t)$, решение которого имеет более сложный вид, чем в случае $B = \text{const}$. Сравнение делением двух подобных дифференциальных уравнений разного уровня приводит к уравнению $dY/dB = B(t)Y/bB(t)$, решение которого при $b \neq 0$ и $B(t) \neq 0$ равно $B(t) = b \ln(Y/Y_m) + B_m$, что служит признаком иерархичности связей, в частности в простейшем случае связи опасности и надежности $E(t) = -\ln P^*(t)$.

От того, на каком уровне сложности принимается $B = \text{const}$, $dB/d\tau = 0$, зависит вид расчетных функций первого уровня $X(\tau)$. На нулевом уровне $X = \text{const}$, например, $P^*(t) = 1$, что соответствует исключительно надежной ситуации, отсутствию инфицирования.

Такие суждения о вложении (суперпозиции) функций справедливы и для линеаризованной экспоненциальной функции времени, на графиках представленной в полулогарифмической шкале для смещенных переменных (логарифмически-линейная форма): $\ln Y(\tau) = \ln Y_m - B\tau$. Коэффициенты этого уравнения определяются методами численного дифференцирования $B = -\Delta \ln Y / \Delta \tau$, регрессионного анализа всей выборки или по частям, в частности с применением скользящей регрессии по нескольким соседним точкам графиков. Аналогично реализуется схема иерархического моделирования, где регрессионные коэффициенты, например $\ln Y_m$ и B , моделируются на вышележащем уровне [10—12].

Первичными теоретическими и практическими задачами ТН являются поиск и обоснование функции надежности и ее эмпирическая проверка [20]. Простейшей является экспоненциальная функция надежности, характерная для некоторых физико-технических систем:

$$P^*(t) = \exp[-p(t - t_m)], P^*(t_0) = 1, \quad t \geq t_0, P(t) = p \exp[-p(t - t_m)], \quad (3)$$

где $p > 0$ — интенсивность отказов, в данном случае — константа $p = p_m$. Доказано, что если система имеет экспоненциальное распределение $P^*(t)$ времени до отказа, то предварительное ее использование не влияет

на последующую работу, т.е. в любой момент t система рассматривается как новая, что противоречит естественным представлениям [20]. Правильней считать интенсивность отказов $p(t)$ растущей функцией времени, например, экспоненциальной функцией, как это принято в моделях популяционной динамики (зависимости смертности от возраста) [21]:

$$\begin{aligned} p(t) &= k \exp[k(t - t_m)] + p_m, p(t_m) = k + p_m, t \geq t_0, \\ E(t) &= \exp[k(t - t_m)] - E_0 + p_m(t - t_0), E(t_0) = 0, \\ E_0 &= \exp[k(t_0 - t_m)], \end{aligned} \quad (4)$$

где $k > 0$ — приемлемый риск (ПР), константа $k = p(t_m)$, когда $E(t) = 1$ (допустимая опасность). Уравнение (4) для $p(t)$ в популяционной динамике известно как закон смертности Гомпертца — Мейкхама, который описывает смертность населения суммой независимого от возраста средообусловленного компонента p_m (члена Мейкхама) и функции, что экспоненциально возрастает с возрастом и описывает старение организма. Экспоненциальная составляющая равна разности $p_{ex}(t) = p(t) - p_m = k \exp[k(t - t_m)]$ — смещенной оценке интенсивности отказов.

В этом случае функция надежности представлена дважды экспоненциальной формулой (удвоенной экспонентой) — моделью Гомпертца:

$$P^*(t) = \exp[-E(t)] = \exp[-\exp[k(t - t_m)] + E_0 - p_m(t - t_0)], P^*(t_0) = 1, \quad (5)$$

$$P(t) = p(t)P^*(t) = [k \exp[k(t - t_m)] + p_m] \exp[-\exp[k(t - t_m)] + E_0 - p_m(t - t_0)]. \quad (6)$$

Здесь сложность системы определяется кратностью экспоненциального вложения в функциях надежности. На первом иерархическом уровне проявляется экспоненциальная функция надежности (3), на втором — дважды экспоненциальная функция надежности (5), существование которой обусловлено экспоненциальной зависимостью величин опасности и интенсивности отказа от времени (4). По аналогии на третьем уровне сложности следует ожидать экспоненциальную зависимость приемлемого риска $k(t)$ (рискованности ситуации) от времени при сохранении тех же начальных условий формирования эпидемии:

$$k(t) = k_0 \exp[-\beta(t - t_m)] + k_m,$$

$$E(t) = C \exp[-(k_0/\beta)[\exp(-\beta(t - t_m)) - \exp(-\beta(t_0 - t_m))] + k_m(t - t_0)], E(t_0) = C, \quad (7)$$

$$p(t) = C(k_0 \exp(-\beta(t - t_m)) + k_m) \exp[-(k_0/\beta)[\exp(-\beta(t - t_m)) - \exp(-\beta(t_0 - t_m))] + k_m(t - t_0)], \quad (8)$$

$$p(t_0) = C(k_0 \exp(-\beta(t_0 - t_m)) + k_m),$$

$$p(t) = k_0 \exp(-\beta(t - t_m) + k_m) E(t), p(t)/E(t) = k(t), \quad (9)$$

где k_m — предельное значение ПР ($t \rightarrow \infty$); β — постоянный коэффициент управления снижением ПР. Важной особенностью последнего уравнения является то, что переменная величина $k(t) = p(t)/E(t)$ может быть вычислена по наблюдаемым значениям $E(t) = -\ln P^*(t)$, $p(t) = P(t)/P^*(t)$. При малых k_m имеет место логарифмическая зависимость

$$k(t) = -\beta \ln[E(t)/C] + k(t_0). \quad (10)$$

Переход с верхнего уровня сложности на нижний обеспечивается фиксацией переменных величин, например, при $p(t) = p_m$ ($k = 0$) или $k = k_0 + k_m$ ($\beta = 0$). При ненулевых, но достаточно малых значениях k и β возможна линейная аппроксимация экспоненциальной функции, в частности

$$k(t) = k_0 \exp[-\beta(t - t_m)] + k_m \approx k_0[1 - \beta(t - t_m)] + k_m = k_0 - k_0\beta(t - t_m) + k_m = [k_0 + g t_m + k_m] - g t. \quad (11)$$

Здесь $g = k_0\beta$ — сила управляющего давления на развитие эпидемического процесса (управляемость); $K = k_0 + g t_m + k_m$ — величина ПР в самом начале ($t = 0$) проявления глобальной пандемии в конкретной стране. Коэффициент K — показатель неподготовленности государства и общества к эпидемии, который положительно определяется значением произведения $g t_m$ и стартовым k_0 и финальным k_m уровнем ПР. Очевидно, подготовленность увеличивается с ростом управляемости g , более поздним моментом наступления пика эпидемии t_m и большей величиной допустимого в стране ПР в начале k_0 и в конце k_m процесса.

На более высоком фрактальном уровне описания надежности функционирования демографической системы исследуется зависимость параметра β управления снижением ПР в линейной, экспоненциальной или иной форме аппроксимации. Для получения максимального приближения эпидемических кривых поэтапно обрабатываются графики в полулогарифмической шкале по схеме иерархической и вариационной параметризации.

2. Статистический анализ управления риском заражения коронавирусом

Для статистического анализа использовались данные из доступных источников [22] по изменению во времени величины установленных случаев заражения населения $I(t)$ нескольких стран коронавирусом COVID-19. Статистические данные о заболеваемости и смертности по странам неоднородны, что связано с отсутствием общих стандартов определения случаев инфицирования и его последствий. В отдельных странах проводят массовое тестирование жителей, включая в статистику бессимптомных вирусоносителей, а в других диагностируют только тяжелых больных. В связи с этим для сравнительного анализа рисков в данные необходимо вводить поправочный коэффициент γ , учитывающий особенности статистического учета $\gamma I(t)$. При расчете показателей надежности вычисляются относительные величины вида $P^*(t) = \gamma S(t)/\gamma S_0 = S(t)/S_0$, на значения которых этот коэффициент не влияет, что является одним из преимуществ вычислений, основанных на формулах надежности.

Статистические материалы, имеющиеся на конец мая 2020 г., обрабатывались численными методами по приведенным уравнениям. На этот момент потенциал заражения S_0 оценивался значениями: Китай — 84, Италия — 245, Германия — 180, Испания — 290, Россия — 410 тыс. чел. Величина $P^*(t) = I(t)/S_0$. Связи устанавливались методами корреляционного и регрессионного анализа, в ходе которого решалась обратная задача моделирования — определения информативных коэффициентов модели по временным рядам данных. Проводилось сравнение эпидемических кривых разного рода по странам для выяснения функциональной сложности изучаемого процесса на каждой территории.

Базовое дифференциальное уравнение $dY/dt = BY(t)$ работает для тех смещенных переменных $Y(t)$, логарифм которых $\ln Y(t) = B(t - t_m) + \ln Y_m$ линейно зависит от времени t . На рис. 2 представлены кривые изменения величины интегрированной опасности $E(t) = -\ln P^*(t)$. Если функция надежности $P^*(t)$ соответствует экспоненте (3), то $E(t) = p(t - t_m)$ — линейно определяется временем со сдвигом относительно момента t_m начала процесса. Лучшую линейную аппроксимацию $E(t) = 0,0748(t - 24,5)$ ($R = 0,98$) демонстрируют данные

по Китаю, в котором после резкого скачка прироста числа случаев заражения $P(t)$ шло плавное экспоненциальное снижение числа новых случаев, согласно уравнению (3). В рассмотренных странах Западной Европы (Италия, Германия, Испания) наблюдается сходный по виду и по времени линейный тренд изменения опасности ситуации $E(t)$ на последней стадии эпидемического цикла, например в Германии $E(t) = 0,0635(t - 86,3)$ ($R = 0,99$). Это выражает устойчивость тенденций и коэффициентов инфицирования в территориально близких западных странах Европы, их отличие от изменения параметров эпидемии в Китае и в России. Величина $t_m = 86,3$ дня — момент пика развития эпидемии, $p = 0,0635/\text{день}$ — интенсивности заражения. Наименьшая интенсивность в экспоненциальной модели первого уровня на этапе снижения темпов роста новых случаев инфицирования (см. рис. 2) соответствует ситуации в Италии $p = 0,0439/\text{день}$. В России величина $p = 0,0784/\text{день}$ сопоставима с Китаем, но в отличие от других стран здесь величина $E(t)$ еще ускоренно растет по экспоненте.

Экспоненциальное нарастание опасности ситуации $E(t)$ соответствует линейной зависимости $\ln E(t) = k(t - t_m)$, где k — показатель приемлемого риска ПР (рис. 3). Такая линейная связь ($R > 0,98$) характерна для начала эпидемического процесса, причем начальный ПР был наибольший в Китае ($k = 0,267$), наименьший в России ($0,194$). В западных странах k имеет близкое значение $0,243$. Такая зависимость соответствует функции надежности Гомпертца (5) второго иерархического уровня сложности, но для эпидемических кривых западных стран она не подходит. Наилучшую аппроксимацию этой функции обеспечивают данные по России, где на 20 мая 2020 г. $\ln E(t) = 0,150(t - 128,0)$. Пик эпидемии здесь приходится на $t_m = 128$ дней, т.е. на 7 мая, когда эпидемическая кривая $P(t)$ вышла на плато с показателем $S_0 P(t) = 11$ тыс. новых установленных случаев заражения.

Однако общей тенденцией является кривая зависимости $\ln E(t)$ (см. рис. 3), которая по изменению наклона указывает на уменьшение показателя $k(t)$ со временем. По данным эту зависимость можно

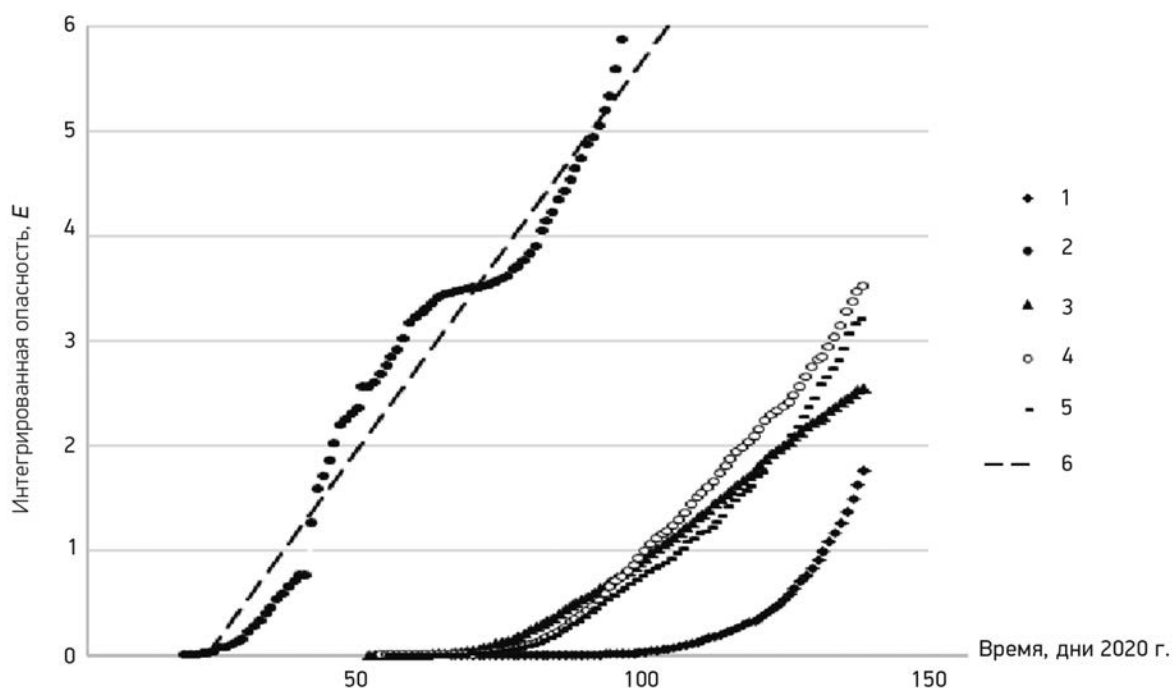


Рис. 2. Изменение со временем величины интегрированной опасности $E(t) = -\ln P^*(t)$ эпидемии коронавируса COVID-19 по странам: 1 — Россия; 2 — Китай; 3 — Италия; 4 — Германия; 5 — Испания; линия 6 отражает временной тренд изменения данных по Китаю

Figure 2. Changes over time in the value of the integrated hazard $E(t) = -\ln P^*(t)$ of the COVID-19 coronavirus epidemic by country: 1 — Russia; 2 — China; 3 — Italy; 4 — Germany; 5 — Spain; line 6 reflects the time trend of change in data for China

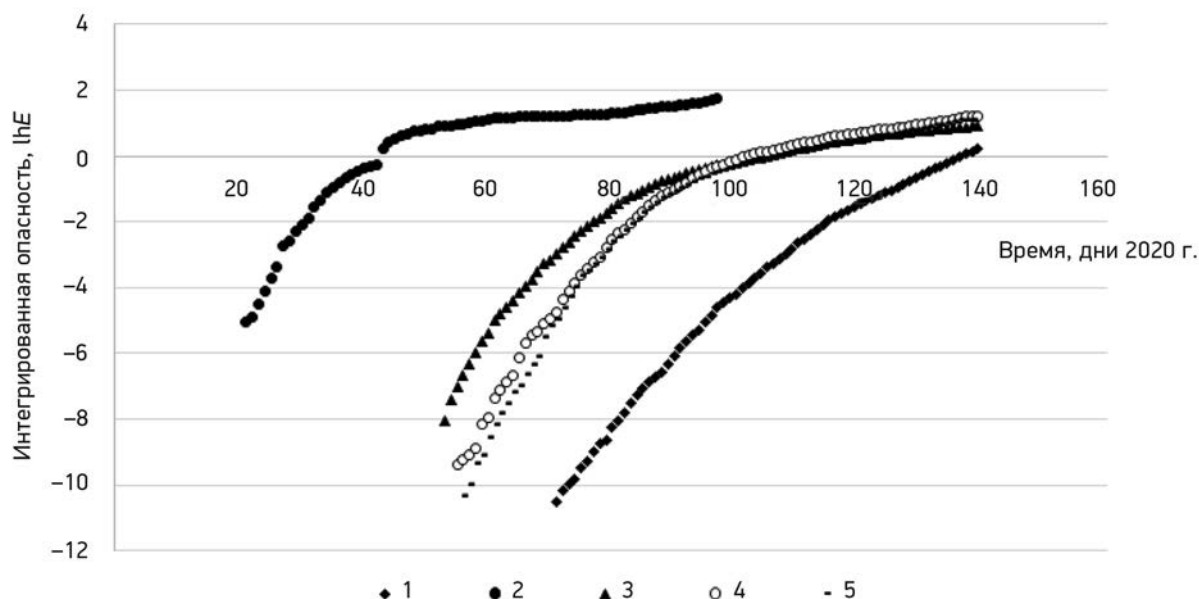


Рис. 3. Изменение со временем величины интегрированной опасности $\ln E(t)$ эпидемии коронавируса COVID-19 по странам: 1 — Россия; 2 — Китай; 3 — Италия; 4 — Германия; 5 — Испания

Figure 3. Changes over time in the value of the integrated risk of $\ln E(t)$ of the COVID-19 coronavirus epidemic by country: 1 — Russia; 2 — China; 3 — Italy; 4 — Germany; 5 — Spain

рассчитать по формуле $k(t) = p(t)/E(t)$ (рис. 4). Видно, что большинство кривых линейны, соответствуют уравнению (7) в виде $\ln k(t) = \ln k_0 - \beta(t - t_m)$ при малых k_m . Даже в Китае на первом этапе эпидемии проявлялась такая линейная связь $\ln k(t) = -0,093(t - 12,6)$ ($R = -0,84$) с высоким коэффициентом управляемости $\beta = 0,093/\text{день}$. В западных странах управляемость $\beta = 0,037/\text{день}$ эпидемической ситуацией намного ниже. В России проявляется самая низкая управляемость $\beta = 0,020/\text{день}$ из рассмотренных стран: $\ln k(t) = -0,020(t - 2,7)$ ($R = -0,89$). Временное смещение $t_s = t_m + \ln k_0/\beta$, где $\ln k_0 < 0$, в данном случае равно $t_s = 2,7$ дня. Хорошая линейная аппроксимация переменной величины ПР $\ln k(t)$ позволяет использовать уравнения третьего уровня сложности (7)–(9) для описания эпидемических кривых пандемии COVID-19. Флуктуации значений $\ln k(t)$ вокруг прямой указывают на реакцию населения на проявления государственного управления рисками эпидемической ситуации.

Рассмотрим алгоритм иерархической аппроксимации на примере данных по Италии (см. рис. 1). Расчеты дают соотношение $\ln[k(t) - k_m] = -0,0355(t - 18,0)$ ($R = -0,97$), $k_m = 0$. Тогда получается

$k(t) = \exp[-0,0355(t - 18,0)]$ ($R = 0,97$), т.е. эти данные удовлетворяют третьему иерархическому уровню сложности модели. Для вычислений на этом уровне удобно использовать логарифмическую зависимость (10): $k(t) = -0,0393 \ln E(t) + 0,0491$, $R = -0,98$, где показатель управляемости $\beta = 0,0393$, $\beta \ln C + k(t_0) = 0,0491$. Отсюда интегрированная опасность находится по формуле $E(t) = \exp[-(k(t) - 0,0491)/0,0393]$. Далее используется формула (1) $P^*(t) = \exp[-E(t)]$ и рассчитывается $P(t) = P^*(t) - P^*(t + 1)$ с шагом 1 сутки. Результирующая эпидемическая кривая показана на рис. 1. Имеется сходство теоретических и эмпирических показателей на уровне $R = 0,95$ с превышением расчетных данных в области плато кривой числа новых случаев заражения, где управляемость достигает повышенного значения $\beta = 0,0551/\text{день}$. Текущее временное варьирование $\beta(t)$ устанавливается применением скользящей регрессии по трем точкам (рис. 5). Управляемость устойчиво изменяется вокруг среднего значения $\beta = 0,0376/\text{день}$ со слабой тенденцией к понижению (см. рис. 5). Явно прослеживается недельная цикличность показателя управляемости $\beta(t)$.

В целом иерархическая модель эпидемии, сформулированная в терминах ТН, дает хорошее

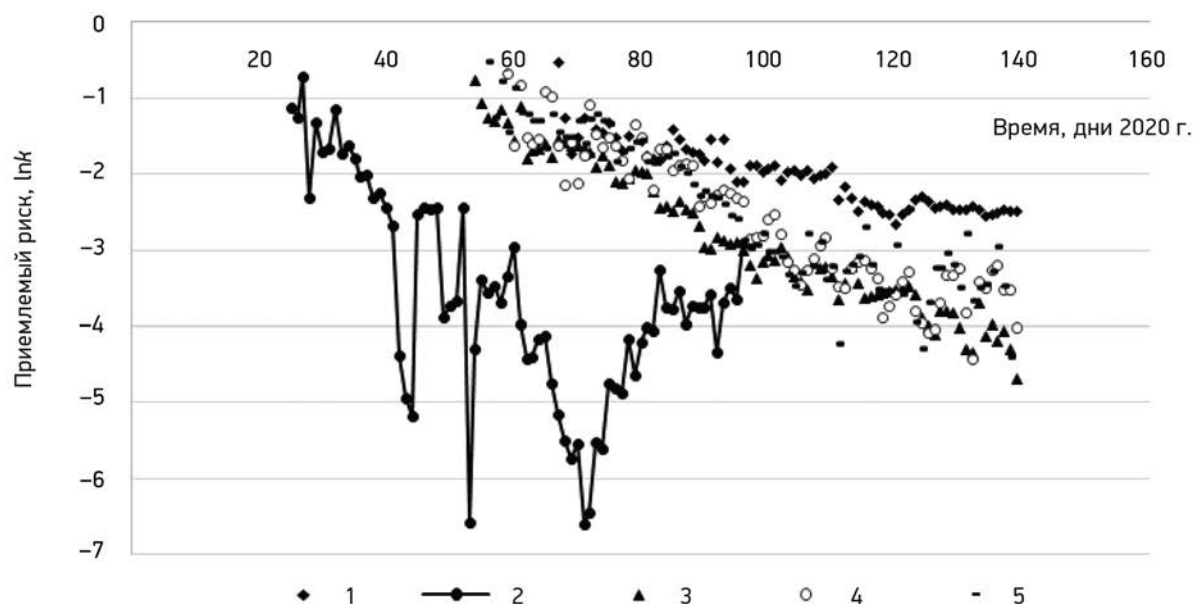


Рис. 4. Изменение со временем величины приемлемого риска $\ln k(t)$ эпидемии коронавируса COVID-19 по странам: 1 — Россия; 2 — Китай; 3 — Италия; 4 — Германия; 5 — Испания

Figure 4. Changes over time in the acceptable risk of $\ln k(t)$ of the COVID-19 coronavirus epidemic by country: 1 — Russia; 2 — China; 3 — Italy; 4 — Germany; 5 — Spain

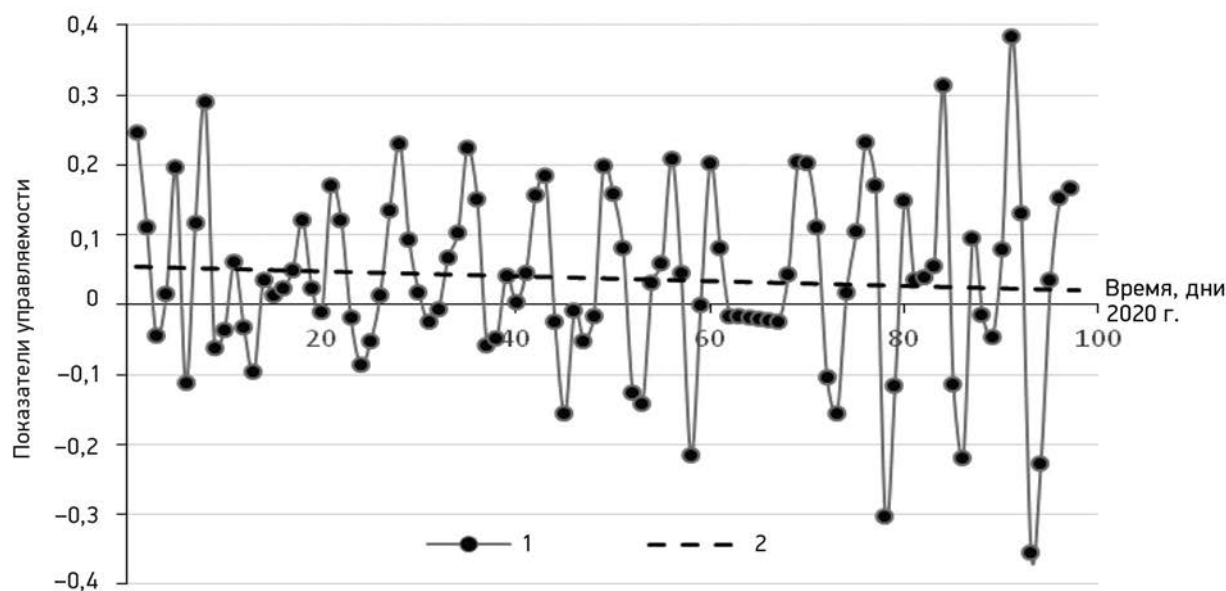


Рис. 5. Колебание во времени величины управляемости β приемлемым риском $k(t)$ заражения коронавирусом COVID-19 в Италии: 1 — расчетные значения по исходным данным; 2 — линия тренда изменения управляемости

Figure 5. Fluctuation in time of the controllability value β acceptable risk $k(t)$ of COVID-19 coronavirus infection in Italy: 1 — calculated values from the initial data; 2 — the trend line of controllability changes

соответствие данным мониторинга пандемии коронавируса COVID-19. Она представляет последовательность вложения эпидемических функций надежности $1 \rightarrow P^*(t) \rightarrow E(t) \rightarrow p(t) \rightarrow k(t) \rightarrow k_0 \rightarrow \beta$, относящихся к разным уровням точности представления данных. В рассмотренных примерах изменчивость данных исчерпывается на уровне показателя управляемости β , который пока можно считать константой. Имеется возможность в обратном порядке редуцировать модель высокого уровня сложности к простым частным случаям, задавая соответствующие постоянные значения коэффициентов аппроксимации.

Заключение

Эпидемические кривые установленных за сутки случаев заражения коронавирусом COVID-19 по разным странам состоят из двух экспонент — резко возрастающей в первой фазе эпидемии и плавно снижающейся после прохождения пика заболеваемости. Для описания этого явления как единого процесса используются методы параметрического вариационного и иерархического моделирования с созданием фрактальных структур подобия экспоненциальных функций параметров моделей на разных уровнях. Создается тематическая модель в терминах теории надежности, понятия и переменные величины которой явно зависят друг от друга и наглядно описывают процесс развития пандемии по странам. В каждой стране реализуется иерархическая модель конкретной сложности (спецификации), что выражено в числе уровней аппроксимации при одних и тех же контролируемых параметрах.

На основе моделей оцениваются особенности реакции населения разных стран на действия органов государственного управления риском заражения через их влияние на величину приемлемого риска. Характеристиками эффективности воздействия становятся устойчивые показатели (параметры) управляемости, индивидуальные для каждой территории. Высокую управляемость населением в условиях начавшейся эпидемии продемонстрировали власти Китая, средний уровень свойственен западным странам, а российское население показало низкую управляемость при высокой государственной готовности к пандемии. На территориально близких государствах — Италии, Франции и Испании — проявились сходные тенденции развития пандемии с мало отличающимися коэффициентами уравнений.

В сравнительном статистическом анализе преимущество ТН-моделирования определяется относительностью показателей надежности, что позволяет нивелировать страновые особенности сбора и предоставления эпидемиологической информации. Расчеты проводятся в смещенных относительно средовых значений переменных, дающих возможность принимать во внимание территориальную специфику возникшей чрезвычайной ситуации, в том числе управления параметрами интенсивности отказов (риска заболевания). Показано, что в ТН-модели эпидемии управление осуществляется не напрямую рисками, а приемлемыми рисками путем организационного давления на эту величину, создания условий для ее минимизации за счет высокой степени управляемости.

Литература [References]

1. Zhang G., Pang H., Xue Y., Zhou Y., Wang R. Forecasting and analysis of time variation of parameters of COVID-19 infection in China using an improved SEIR model. 2020. Centre for Mathematical Modelling of Infectious Diseases COVID-19 working group. The Lancet. March 11, 2020. www.thelancet.com/infection
2. Бейли Н. Математика в биологии и медицине. М.: Мир, 1970. 326 с. [Bejli N. [Mathematics in biology and medicine]. Moscow: Mir, 1970. 326 p. (Russia).]
3. Kermack W., McKendrick A. Contributions to the mathematical theory of epidemics — part III. Further studies of the problem of endemicity. Bulletin of Mathematical Biology. 1991: V. 5 (3) (1—2): 89—118.
4. Levin S.A. From individuals to epidemics. Philosophical Transactions of the Royal Society B. 1996: V. 351 (1347): 1615—1621.
5. Viboud C., Bjørnstad D.L., Smith D.L., Simonsen L., Miller M.A., Grenfell B.T. Synchrony, waves, and spatial hierarchies in the spread of influenza. Science. 2006: V. 312 (5772): 447—451.
6. Huang C.Y., Wen T.H., Tsai Y.S. A Novel four-layer model for simulating epidemic dynamics and assessing intervention policies. Hindawi Publishing Corporation. Journal of Applied Mathematics. 2013: V. 2013: 1—20. <http://dx.doi.org/10.1155/2013/325816>
7. Полозов В.С., Будеков О.А., Ротков С.И., Широкова Л.В. Автоматизированное проектирование. Геометрические и графические задачи. М.: Машиностроение, 1983. 280 с. [Polozov V.S., Budekov O.A., Rotkov S.I.,

- Shirokova L. V. CAD. Geometric and graphical problems. Moscow: Mashinostroenie, 1983. 280 p. (Russia).]
8. Малюх В. Н. Введение в современные САПР. М.: ДМК Пресс, 2010. 192 с. [Malyuh V. N. Introduction to modern CAD systems. Moscow: DMK Press, 2010. 192 p. (Russia).]
 9. Ермаков Е. С. Принципы многоуровневой параметризации при формировании объектов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Н. Новгород, 2007. 22 с. [Ermakov E. S. The principles of multi-level parameterization in the formation of objects. Extended abstract of Cand. Tech. Sci. Dissertation. N. Novgorod, 2007. 22 p. (Russia).]
 10. Raudenbush S. W., Bryk A. S. Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods. Thousand Oaks: Sage. 2002.
 11. Gelman A., Hill J. Data Analysis Using Regression and Multilevel/Hierarchical Models. New York: Cambridge Univ. Press, 2006.
 12. Волченко О. В., Широканова А. А. Применение многоуровневого регрессионного моделирования к междо- страновым данным (на примере генерализованного доверия) // Социология: 4М. 2016. № 43. С. 7—62. [Volchenko O. V., Shirokanova A. A. Applying multi-level regression modeling to cross-country data (using the example of generalized trust) // Sociologiya: 4M. 2016. № 43. P. 7—62 (Russia).]
 13. Blei D., Lafferty J. D. Introduction to Probabilistic Topic Models. Annals of Applied Statistics. 2007: 17—35. doi: 10.1214/07-AOAS114
 14. Воронцов К. В. Вероятностное тематическое моделирование. <http://www.machinelearning.ru/wiki/images/2/22/Voron-2013-ptm.pdf>. 2013. С. 1—88. [Voronkov K. V. Probabilistic Topic Modeling // <http://www.machinelearning.ru/wiki/images/2/22/Voron-2013-ptm.pdf>. 2013. P. 1—88 (Russia).]
 15. Gavrilov L. A., Gavrilova N. S. Reliability theory of aging and longevity // Handbook of the biology of aging, Sixth edition. Academic Press. San Diego, CA, USA, 2006: 3—42.
 16. Черкашин А. К., Красноштанова Н. Е. Моделирование оценки риска хозяйственной деятельности в районах нового нефтегазового освоения // Проблемы анализа риска. Т. 12. 2015. № 6. С. 44—52. [Cherkashin A. K., Krasnoshtanova N. E. The risk assessment modeling of economic activities in the new oil and gas extractive activities areas // Issues of Risk Analysis. Vol. 12. 2015. No. 6. P. 44—52 (Russia).]
 17. Артюхин В. В., Чяснавичюс Ю. К. Обобщенные требования к оценочным показателям // Проблемы анализа риска. Т. 16. 2019. № 5. С. 82—85. [Artukhin V. V., Chiasnavichius Y. K. About generalized criteria of indexes of assessment // Issues of Risk Analysis Vol. 16. 2019. No. 5. P. 82—85 (Russia).] <https://doi.org/10.32686/1812-5220-2019-16-5-82-85>
 18. Скланова И. П., Черкашин А. К. Количественная оценка демографической реакции на изменения условий жизнедеятельности в моногородах // Регион: экономика и социология. 2015. № 4. С. 179—197. [Sklyanova I. P., Cherkashin A. K. Quantitative assessment of the demographic response to changes in living conditions in single-industry towns // Region: ekonomika i sociologiya. 2015. No. 4. P. 179—197 (Russia).]
 19. Brown L. D. Fundamentals of statistical exponential families with applications in statistical decision theory. Hayward: Institute of Mathematical Statistics, 1986.
 20. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности. М.: Советское радио, 1969. 488 с. [Barlou R., Proshan F. Mathematical theory of reliability, Moscow: Sovetskoe radio, 1969. 488 p. (Russia).]
 21. Гаврилов Л. А., Гаврилова Н. С. Биология продолжительности жизни. М.: Наука, 1991. 280 с. [Gavrilov L. A., Gavrilova N. S. Biology of life expectancy. Moscow: Nauka, 1991. 280 p. (Russia).]
 22. Пандемия COVID-19. Материалы Википедии. <https://ru.wikipedia.org/wiki/COVID-19> [COVID-19 Pandemic. Materials of Wikipedia. <https://ru.wikipedia.org/wiki/COVID-19> (Russia).]

Сведения об авторе

Черкашин Александр Константинович: доктор географических наук, профессор, главный научный сотрудник, заведующий лабораторией теоретической географии Института географии им. В. Б. Сочавы СО РАН
ORCID: 0000-0002-7596-7780; Researcher ID Web of Science: K-2418-2017

Количество публикаций: 140

Область научных интересов: теория и практика географических исследований и моделирования

Контактная информация:

Адрес: 664033, г. Иркутск, ул. Улан-Баторская, д. 1

E-mail: akcherk@irnok.net