

УДК 614.8

Моделирование вероятностей состояния объектов по схеме марковских случайных процессов при воздействии поражающих факторов обычных средств поражения

ISSN 1812-5220
© Проблемы анализа риска, 2018

Н. К. Домницкий,
Ростовское отделение
научного общества РНОАР,
г. Ростов-на-Дону

Аннотация

В статье описываются оценочные математические модели на основе применения однородных и неоднородных марковских цепей переходных вероятностей состояния объектов, подвергшихся воздействию последовательных поражающих факторов обычных средств поражения. Также проведен анализ полученных результатов последовательных ударов по объектам при применении математического моделирования.

Ключевые слова: вероятности поражения объектов; однородные и неоднородные марковские цепи; матрицы переходных вероятностей состояния объектов.

Содержание

Введение

1. Определение вероятностей состояния объектов при воздействии поражающих факторов обычных средств поражения
2. Допущения, методика моделирования и последовательность подготовки исходных данных для расчетов поражения объектов
3. Определение вероятностей состояния объектов по схеме марковских матриц переходных состояний при воздействии поражающих факторов обычных средств поражения
4. Примеры расчетов вероятностей состояния объектов по модели марковских цепей переходных состояний при воздействии обычных средств поражения

Заключение

Литература

Введение

Одним из методов математического моделирования для оценки результатов воздействия в виде поражающих факторов обычных средств поражения на здания (сооружения) могут быть переходные вероятности (P_{ij}) матриц систем марковских случайных процессов. В марковских случайных процессах для каждого момента времени вероятность любого состояния системы (сооружения) в будущем зависит от того, в каком состоянии система была перед очередным ударом, и не зависит от того, когда и каким образом система пришла в это состояние.

Это свойство марковских процессов применимо и для оценки состояния объектов при последовательных ударах обычных средств поражения.

В данной статье рассматривается моделирование оценки вероятностей состояния объектов при воздействии поражающих факторов обычных средств поражения (далее — СП) по схеме марковских случайных процессов. То есть оценочные математические модели строятся на основе применения однородных и неоднородных марковских цепей переходных вероятностей (P_{ij}) состояния объектов происходящих от шага к шагу последовательных ударов. Такой оценочный метод поражения объектов здесь предлагается применять совместно с методикой расчетов, использованной в ГОСТ Р 42.2.01-2014 Гражданская оборона. Рассмотренный метод позволяет выполнять прогнозирование рисков поражения объектов тыла от ударов СП в системе гражданской обороны.

1. Определение вероятностей состояния объектов при воздействии поражающих факторов обычных средств поражения

Моделирование вероятностной оценки исхода фугасного воздействия СП на здания (сооружения) основывается на свойствах закономерности явлений случайных величин при последовательных ударах, образующих цепи Маркова.

Математические модели, образующие марковские случайные процессы от шага к шагу последовательных ударов, могут давать прогнозную оценку вероятностей состояния объектов, поражаемых современными СП.

На рис. 1 представлен объект, подвергнутый воздействию воздушной ударной волны СП (ΔP_ϕ), который в зависимости от расстояний и прочности его элементов может получить разные типы поражений (состояний): S_0 — слабое, S_C — среднее, S_B — сильное, S_A — полное. При любом k -шаге ударов типы поражений S_0, S_C, S_B, S_A образуют полную группу событий и являются несовместными. При этом состояния объектов (S) оцениваются соответственно вероятностями P_1, P_2, P_3, P_4 . Сумма величин вероятностей состояния объекта $P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1$, что означает достоверное событие состояние объекта. Для таких расчетов вероятностей разработан ГОСТ Р 42.2.01-2014, утвержденный и введенный в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 22 августа 2014 г. № 964-ст.

Вероятности различной степени разрушения зданий (сооружений) P_1, P_2, P_3, P_4 зависят от величины обобщенного показателя устойчивости ξ . Показатель ξ — отношение давления во фронте воздушной ударной волны к степени разрушения составных частей объекта. Здесь ΔP_ϕ — давление фронта ударной волны на расстоянии, которое

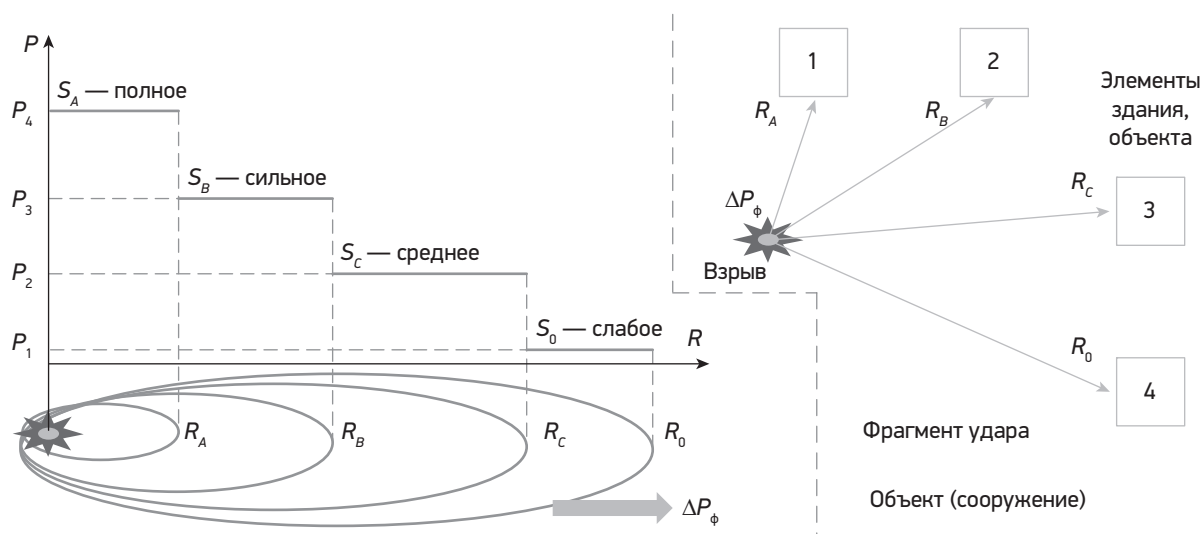


Рис. 1. Вероятности состояний типов поражений объектов (сооружений)

можно рассчитать, например, по методике, разработанной МГТУ им. Н.Э. Баумана [4] (расчеты в табл. 2), $\Delta P_{фзд}$ — динамическая нагрузка, вызывающая сильное или полное разрушение типовых объектов, определяется по таблице 4.2 (ГОСТ Р 42.2.01-2014). По величине показателя устойчивости (ξ) на графике рис. 2 ГОСТ Р 42.2.01-2014 определяются вероятности степени разрушения зданий (P_1, P_2, P_3, P_4).

Вероятности P_1, P_2, P_3, P_4 (рис. 2) обозначают соответственно: слабую (неразрушение), среднюю, сильную и полную степени разрушения объектов. Полное разрушение характеризуется разрушением и обрушением от 50 до 100% объема зданий, сильное — разрушением от 30 до 50% объема зданий, среднее — до 30%, часть помещений здания пригодна для использования. Слабое разрушение характеризуется разрушением второстепенных элементов здания (оконных, дверных заполнений и перегородок), при этом здание после небольшого ремонта может быть использовано. Вероятность выхода из строя здания (сооружения) (P) рассчитывается как сумма вероятностей получения степени разрушения, при которой прекращается функционирование здания. Так, вероятность выхода из строя здания (сооружения) составляет: $P = P_3 + P_4$, где P_3, P_4 — вероятности получения сильной и полной степени разрушения или повреждения. Вероятности степени разрушения зданий (P_1, P_2, P_3, P_4), найденные с помощью графика рис. 2

(или табл. 1), необходимы будут для составления матриц переходных вероятностей (P_{ij}) состояния объектов марковских цепей.

Рассчитанные значения избыточного давления $\Delta P_{ф}$ взрывчатого вещества тротила по методике [4] представлены в табл. 2.

Представленные в табл. 2 значения избыточного давления во фронте воздушной ударной волны ($\Delta P_{ф}$) могут несколько отличаться при расчетах по другим методикам в зависимости от условий взрывов. Однако они дают представление о порядке величин ударной волны в заданных условиях [4].

2. Допущения, методика моделирования и последовательность подготовки исходных данных для расчетов поражения объектов

Основа допущения при моделировании поражения объектов по схеме марковского процесса, протекающего в физической системе: чтобы в любой момент времени вероятность состояния системы в будущем зависела только от состояния системы в текущий момент и не зависела от того, каким образом процесс развивался в прошлом.

Здесь основой математического моделирования степени поражения зданий (сооружений) является определение переходных вероятностей (P_{ij}) матриц по схеме марковских случайных процессов при последовательных воздействиях от шага к шагу

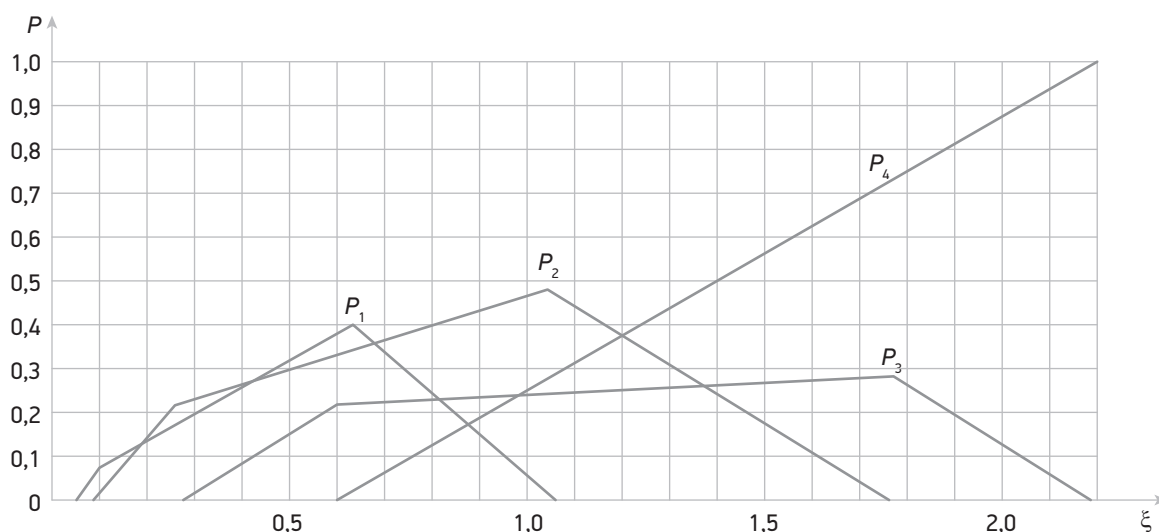


Рис. 2. Вероятность различной степени разрушения здания (сооружения) в зависимости от величины показателя устойчивости, ξ (ГОСТ Р 42.2.01-2014)

Вероятности различной степени разрушения здания (сооружения) в зависимости от величины показателя устойчивости, ξ (из рис. 2)

Таблица 1

$\xi = 1,25 \frac{\Delta P_{\Phi}}{\Delta P_{\Phi \text{эд}}}$	0 (слабое)	C (среднее)	B (сильное)	A (полное)	Сумма вероятн.
	P_1	P_2	P_3	P_4	$P_1 + P_2 + P_3 + P_4$
0,5	0,32	0,3	0,16	0,0	1 – 0,78 = 0,22 н/пораж
0,75	0,3	0,38	0,22	0,1	1,0
1,0	0,06	0,46	0,23	0,25	1,0
1,25	0,0	0,34	0,25	0,41	1,0
1,5	0,0	0,18	0,27	0,55	1,0

Значения избыточного давления во фронте воздушной ударной волны (ΔP_{Φ})

Таблица 2

Вес ВВ, боеприпаса (тротил), кг	Удаление от центра прогнозируемого взрыва R (м)										
	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90
50	835	161	70	42	22	14	11			ΔP_{Φ} в кПа	
100	1520	274	112	63	31	20	14				
135	1985	342	137	76	37	23	17				
220	3071	509	197	107	49	30	21	16			
250	3450	563	216	116	53	32	23	17			
320	4327	691	260	137	61	36	25	19			
360	4827	763	285	150	66	39	27	21			
450	5918	923	339	177	76	45	31	23			
500	6553	1009	368	190	81	47	32	24			
750	9557	1435	513	258	107	61	41	30	24		
900	11 330	1685	594	297	121	68	45	33	26	21	
1000	12 503	1848	648	322	130	73	48	35	27	22	19

фугасных ударов по объектам. Методику последовательности моделирования по схеме марковских процессов (марковских цепей) для решения поставленной задачи следует соблюдать следующим образом:

1. Установить исследуемое свойство объектов при воздействии по ним СП.

В данном случае свойство — это состояния объектов, определяемые в виде степени их поражения или непоражения. Здесь исчерпывающей характеристикой поведения системы будет совокупность найденных вероятностей P_1, P_2, P_3, P_4 состояния поражения объектов (рис. 2).

2. Установить начальное состояние объекта.

Начальное состояние объекта — это степени разрушения (неразрушения) составных частей

объекта, которые зависят от значения избыточного давления (ΔP_{Φ}) во фронте воздушной ударной волны взрыва СП и характеристик прочности конструкций объекта. Степени разрушения объектов при ударах оцениваются значениями вероятностей P_1, P_2, P_3, P_4 (ГОСТ Р 42.2.01-2014).

3. Определить конечное число возможных состояний системы и правомерности моделирования по схеме дискретных марковских процессов.

Возможные четыре состояния вероятностей объекта: слабые (неразрушение) — P_1 , средние — P_2 , сильные — P_3 и полные — P_4 , как представляющие степени разрушения объектов. Здесь схема дискретных марковских процессов устанавливает, что если в ходе процесса действует на объект

последовательность множества независимо действующих между собой величин случайных факторов, то одной результирующей закономерностью будет в целом появление последовательностей зависимых от них случайных величин, образующих цепи Маркова. То есть события в будущем зависят от того, в каком состоянии система была перед очередным ударом, и не зависят от того, когда и каким образом система пришла в это состояние. Это означает правомерность моделирования.

4. Составить граф состояний поражения объекта при последовательных воздействиях поражающих факторов СП (представлен на рис. 3) [1].

Граф состояний поражения объекта необходим для составления матрицы переходных вероятностей.

5. Составить матрицу переходных вероятностей состояний объекта (P_{ij}) с помощью графа поражения объекта.

Вероятности перехода за один шаг в цепях Маркова задаются матрицей [1]. Здесь под шагом понимается нанесение последовательно (1, 2, 3, ..., n) ударов по зданию (сооружению) СП с определением при этом вероятностей степени поражения P_1, P_2, P_3, P_4 . Полученная матрица переходных вероятностей (P_{ij}) при ударах образует последовательность цепи Маркова и полную группу из четырех несовместных событий согласно графу (рис. 3).

6. По рекуррентной зависимости определить искомые вероятности, используя матрицы переходных вероятностей состояний объекта [3].

Вероятности состояний, в которых окажется объект после k -го шага ударов, определяются по рекуррентным формулам полной вероятности [3]:

для однородных марковских цепей:

$$P_i(k) = \sum_{j=1}^n P_j(k-1) P_{ij}, \quad (1)$$

где $P_j(k-1)$ — вероятность состояния объекта после $(k-1)$ -го шага (удара);

для неоднородных марковских цепей:

$$P_i^{(k)} = \sum_{j=1}^n P_j(k-1) P_{ij}^{(k)}, \quad (2)$$

где $P_{ij}^{(k)}$ — условная вероятность перехода объекта из состояния S_i в состояние S_j на k -м шаге. То есть в расчетах матрицы вероятностей перехода $P_{ij}^{(k)}$ состояний объектов меняются от удара к удару (подробно в примере 2).

Кроме того, для расчетов по математической модели оценки степени поражения объектов необходимо вначале сформировать исходные данные:

- обобщенный показатель устойчивости ξ объекта;
- вероятности степени поражения объекта P_1, P_2, P_3, P_4 .

Для этого необходимо определить величину ударной волны (ΔP_Φ). Некоторые значения (ΔP_Φ) представлены в табл. 2. Поражающее действие ударной волны на объекты ΔP_Φ (кПа) зависит от массы заряда ВВ в тротиловом эквиваленте, условий взрыва и расстояния R от центра взрыва до объекта. Здесь возможно применение методики расчета, разработанной МГТУ им. Н.Э. Баумана [4]. Степени разрушения составных частей зданий (сооружений) при различных значениях избыточного давления $\Delta P_{\text{фзд}}$ (кПа) представлены для типовых объектов в табл. 4.2 ГОСТ Р 42.2.01-201. Найденные вероятности P_1, P_2, P_3, P_4 используются для составления графа модели разрушения объекта.

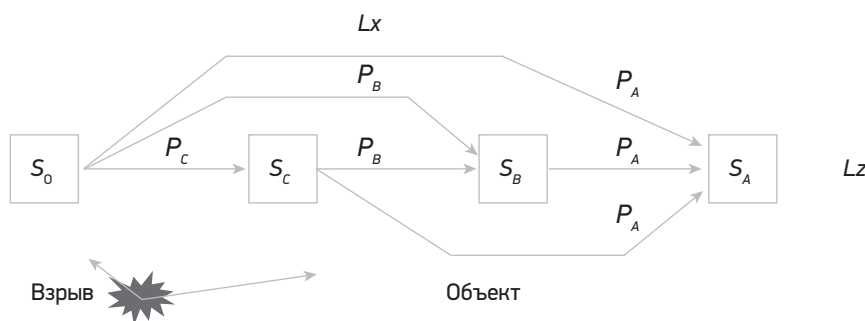


Рис. 3. Модель поражения объекта при последовательных ударах СП

3. Определение вероятностей состояния объектов по схеме марковских матриц переходных состояний при воздействии поражающих факторов обычных средств поражения

Для оценки поражений зданий (сооружений) при последовательных ударах необходимо составить граф перехода состояний для четырех состояний, который представлен на рис. 3 [1], где переходные вероятности марковской цепи P_A, P_B, P_C означают достоверное событие поражения объекта хотя бы по одному типу. На рис. 3 объект S , который функционировал (S_0) и соответственным образом подвергся ударам обычных средств поражения, что привело его в некоторое состояние, характеризующееся определенными степенями поражения: S_0 — слабое (не поражен), S_C — среднее, S_B — сильное, S_A — полное.

Следует определить, в каком состоянии будет находиться объект в случае повторения нескольких различных ударов СП. Для решения этой задачи по заданному графу состояний объекта (рис. 3) составляется матрица переходов. Матрицы переходных состояний объекта могут строиться для однородных и неоднородных марковских цепей переходных вероятностей (P_{ij}). В однородной марковской цепи переходные вероятности задаются одной матрицей, которая от шага (удара) к шагу не меняется. В неоднородных марковских цепях на каждый k -шаг последовательных разнотипных ударов составляется отдельная матрица вероятностей перехода P_{ij}^k . Рассмотрим объект, который находился в исходном состоянии S_0 и после нанесения

удара получил четыре типа поражения. Требуется определить матрицу переходных вероятностей (P_{ij}) состояний объекта однородных марковских цепей в случае последовательных ударов. Матрица составляется на основе величин P_1, P_2, P_3, P_4 . Порядок составления матрицы представлен в табл. 3.

Матрица вероятностей перехода (P_{ij}) состояний объекта строится как матрица четвертого порядка, поэтому, соответственно, система имеет 4 возможных состояния. Приведем пример составления матрицы:

1. По графику рис. 2 для отношения обобщенного показателя устойчивости ξ (зависит от отношений $\Delta P_{\Phi} / \Delta P_{\text{фзд}}$) определяются вероятности степени разрушений зданий (сооружений) P_1, P_2, P_3, P_4 [2]. Например, примем, что $\xi = 1,25 \frac{P_{\Phi}}{P_{\text{фзд}}} = 0,75$. (Далее на этом примере проведены расчеты.)

2. Вписываем в первую строку матрицы в табл. 3 значения вероятностей (P_1, P_2, P_3, P_4 — согласно табл. 1) при $\xi = 0,75$ соответственно: P_1 будет $P_{11} = 0,3$; P_2 — на позиции $P_{12} = 0,38$; далее P_3 — на $P_{13} = 0,22$; P_4 — на $P_{14} = 0,1$.

Для каждого состояния объекта сумма вероятностей всех переходов (исходящих стрелок) из него в другие состояния должна быть всегда равна 1.

3. С помощью графа модели рис. 3 поражения объекта при последовательных ударах СП заполняются строки матрицы в табл. 3 установленным образом:

- проводим условно линию из строки S_C вдоль строки P_{21} и пересекаем столбец P_{11} линии S_0 . На пересечении ставим ноль ($P_{21} = 0$), так как по рис. 3

Формирование матрицы вероятностей перехода сооружения в различные степени разрушения при повторении поражающих факторов

Таблица 3

Типы поражения объекта при $\xi = 1,25 \frac{P_{\Phi}}{P_{\text{фзд}}} = 0,75$					Сумма вероятностей перехода
	В S_0 (сл)	В S_C (ср)	В S_B (сил)	В S_A (пол)	
Из S_0	P_{11} 0,3	P_{12} 0,38	P_{13} 0,22	P_{14} 0,1	$P_{11} = 1 - 0,38 - 0,22 - 0,1 = 0,3$ $0,3 + 0,38 + 0,22 + 0,1 = 1$
Из S_C	P_{21} 0	P_{22} 0,68	P_{23} 0,22	P_{24} 0,1	$P_{22} = 1 - 0 - 0,22 - 0,1 = 0,68$ $0 + 0,68 + 0,22 + 0,1 = 1$
Из S_B	P_{31} 0	P_{32} 0	P_{33} 0,9	P_{34} 0,1	$P_{33} = 1 - 0 - 0 - 0,1 = 0,9$ $0 + 0 + 0,9 + 0,1 = 1$
Из S_A	P_{41} 0	P_{42} 0	P_{43} 0	P_{44} 1,0	$P_{44} = 1 - 0 - 0 - 0 = 1$ $0 + 0 + 0 + 1 = 1$

система не может переходить обратно из S_C в S_0 (против направления стрелки);

- далее пропускаем позицию P_{22} (также далее и позиции P_{11}, P_{33}, P_{44}) и на пересечении линий S_C и S_B проставляем $P_{23} = 0,22$, на пересечении линий S_C и S_A проставляем $P_{24} = 0,1$, так как по рис. 3 стрелки совпадают с направлением перехода (если обратно — 0). Таким способом заполняются строки S_B, S_A . Последняя строка матрицы заполняется нулями (система не может переходить обратно), кроме последней позиции, равной $P_{44} = 1$.

Значения на позициях $P_{11}, P_{22}, P_{33}, P_{44}$ (вероятности по диагонали матрицы выделены синим цветом) получаются путем дополнения, чтобы суммы в строках были равны единице. Такие вычисления приведены в табл. 3.

Заметим, что вероятности задаются так, что сумма вероятностей перехода из некоторого состояния в остальные всегда равна единице. Составленные таким образом матрицы вероятностей переходов состояний объектов могут применяться для расчетов в условиях последовательных ударов СП. Подробно расчеты моделей поражения объектов рассмотрены далее на примерах.

4. Примеры расчетов вероятностей состояния объектов по модели марковских цепей переходных состояний при воздействии обычных средств поражения

Оценочная математическая модель поражения объектов основывается на применении переходных матриц вероятностей (P_{ij}) состояний объектов в форме однородных и неоднородных марковских цепей последовательных ударов СП. Здесь рассмотрим два случая решения примеров для однородных и неоднородных марковских цепей.

4.1. Случай решения модели для однородной марковской цепи

Пример 1. Производится по условному зданию три однотипных удара. Каждый из ударов создает давление волны $\Delta P_{\phi} = 48$ кПа, воздействуя на здание, обладающее типовой прочностью от поражения — «полное» [2] $\Delta P_{\phi\text{зд}} = 80$ кПа. При этом величина обобщенного показателя устойчивости $\xi = 0,75$. Здание может переходить в четыре состояния S_0, S_C, S_B, S_A . До первого удара объект не поврежден и вероят-

ность его поражения равна $P_1(0) = 1$. После первого удара при величине обобщенного показателя устойчивости $\xi = 0,75$ вероятности состояний здания будут равны значениям в табл. 1 (или рис. 2). Решить поставленную задачу: зная переходные вероятности $P(i = 1)$, найти вероятности $P(j = 3)$ перехода системы из состояния (i) в состояние (j) за 3 шага (удара).

Решение. Здесь исходные данные позволяют сразу составить матрицу вероятностей (P_{ij}) перехода здания (сооружения) в различные степени разрушения при нанесении последовательных поражающих факторов СП.

Из табл. 1 при $\xi = 0,75$ для первого удара получим вероятности $P_1 = 0,3$; $P_2 = 0,38$; $P_3 = 0,22$; $P_4 = 0,1$, которые будут составлять первую строку матрицы.

Матрица составляется по графу модели поражения при последовательном воздействии СП (рис. 3 или 4). Здесь граф для четырех состояний объекта будет всегда однообразным (п.3). Для удобства граф событий последовательных ударов представим в виде рис. 4 (аналогичен рис. 3 п.3).

Матрица составлена по табл. 3.

Матрица переходов

$$P_{ij} = \begin{vmatrix} S_0 & S_C & S_B & S_A \\ 0,3 & 0,38 & 0,22 & 0,1 \\ 0 & 0,68 & 0,22 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0,9 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Так как до первого удара здание не поражено, то вероятность его поражения равна $P_1(0) = 1$.

После первого удара вероятности состояний здания будут равны значениям в соответствии с первой строкой матрицы.

$P_1(1) = 0,3$; $P_2(1) = 0,38$; $P_3(1) = 0,22$; $P_4(1) = 0,1$ (после 1-го удара).

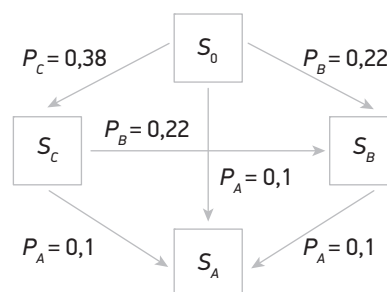


Рис. 4. Граф модели поражения объекта

Таблица 4

Тип поражения		$\xi = 0,5$			$\xi = 0,75$			$\xi = 1,0$			$\xi = 1,25$		
		$P(1)$	$P(2)$	$P(3)$	$P(1)$	$P(2)$	$P(3)$	$P(1)$	$P(2)$	$P(3)$	$P(1)$	$P(2)$	$P(3)$
Сл. S_0	P_1	0,54	0,29	0,16	0,3	0,09	0,03	0,06	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Ср. S_C	P_2	0,3	0,41	0,44	0,38	0,37	0,29	0,46	0,27	0,27	0,34	0,12	0,04
С S_B	P_3	0,16	0,3	0,4	0,22	0,35	0,41	0,23	0,29	0,29	0,25	0,24	0,18
П S_A	P_4	0	0	0	0,1	0,19	0,27	0,25	0,44	0,58	0,41	0,64	0,78

Примечание. Сл. — слабое (не поражен); Ср. — среднее; С — сильное; П — полное

Используя формулу полной вероятности (1), находим вероятности состояний элементов здания после второго удара $P(2)$:

$$P_1(2) = P_1(1) P_{11} = 0,3 \times 0,3 = 0,09;$$

$$P_2(2) = P_1(1) P_{12} + P_2(1) P_{22} = 0,3 \times 0,38 + 0,38 \times 0,68 = 0,3724 \approx 0,37;$$

$$P_3(2) = P_1(1) P_{13} + P_2(1) P_{23} + P_3(1) P_{33} = 0,3 \times 0,22 + 0,38 \times 0,22 + 0,22 \times 0,9 = 0,3476 \approx 0,35;$$

$$P_4(2) = P_1(1) P_{14} + P_2(1) P_{24} + P_3(1) P_{34} + P_4(1) P_{44} = 0,3 \times 0,1 + 0,38 \times 0,1 + 0,22 \times 0,1 + 0,1 \times 1 = 0,19;$$

$$P_1(2) + P_2(2) + P_3(2) + P_4(2) = 0,09 + 0,3724 + 0,3476 + 0,19 = 1;$$

$$P_1(2) = 0,09; P_2(2) = 0,3724; P_3(2) = 0,3476; P_4(2) = 0,19 \text{ (после 2-го удара).}$$

Вероятности состояний после третьего удара по формуле (1) будут:

$$P_1(3) = P_1(2) P_{11} = 0,09 \times 0,3 = 0,027 \approx 0,03;$$

$$P_2(3) = P_1(2) P_{12} + P_2(2) P_{22} = 0,09 \times 0,38 + 0,3724 \times 0,68 = 0,287432 \approx 0,29;$$

$$P_3(3) = P_1(2) P_{13} + P_2(2) P_{23} + P_3(2) P_{33} = 0,09 \times 0,22 + 0,3724 \times 0,22 + 0,3476 \times 0,9 = 0,414568 \approx 0,41;$$

$$P_4(3) = P_1(2) P_{14} + P_2(2) P_{24} + P_3(2) P_{34} + P_4(2) P_{44} = 0,09 \times 0,1 + 0,3724 \times 0,1 + 0,3476 \times 0,1 + 0,19 \times 1 = 0,271 \approx 0,27;$$

$$P_1(3) + P_2(3) + P_3(3) + P_4(3) = 0,027 + 0,287432 + 0,414568 + 0,271 = 1;$$

$$P_1(3) = 0,027; P_2(3) = 0,287432; P_3(3) = 0,414568; P_4(3) = 0,271 \text{ (после 3-го удара).}$$

После трех ударов получили вероятности исходов состояний здания:

- не повреждено (слабое) $P_1(3) \approx 0,03$;
- среднее повреждение $P_2(3) \approx 0,29$;
- сильное повреждение $P_3(3) \approx 0,41$;
- полное повреждение $P_4(3) \approx 0,27$.

Сумма вероятностей $P_3(3) + P_4(3) = 0,41 + 0,27 = 0,68$ — объект поражен.

Результаты расчетов исходов вероятностей состояний (P_i) объектов для величин обобщенных показателей устойчивости $\xi = 0,5; 0,75; 1,0; 1,25$ при трех однотипных ударах представлены в табл. 4.

4.2. Случай решения модели для неоднородной марковской цепи

Пример 2. Производится три разных по мощности удара по объекту. При этом обобщенные показатели устойчивости объекта для трех ударов $\xi = 0,75; 1,0; 1,25$. Элементы объекта находятся в четырех состояниях S_0, S_C, S_B, S_A , при этом вероятности перехода для трех последовательных ударов различны и заданы последовательно тремя матрицами $P_{ij}^1, P_{ij}^2, P_{ij}^3$:

$$\xi_1 = 1,25 \frac{P_{\Phi}}{P_{\text{фзд}}} = 0,75$$

$$P_{ij}^1 = \begin{vmatrix} 0,3 & 0,38 & 0,22 & 0,1 \\ 0 & 0,68 & 0,22 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0,9 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\xi_2 = 1,25 \frac{P_{\Phi}}{P_{\text{фзд}}} = 1,0$$

$$P_{ij}^2 = \begin{vmatrix} 0,06 & 0,46 & 0,23 & 0,25 \\ 0 & 0,52 & 0,23 & 0,25 \\ 0 & 0 & 0,75 & 0,25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\xi_3 = 1,25 \frac{P_{\Phi}}{P_{\text{фзд}}} = 1,25$$

$$P_{ij}^3 = \begin{vmatrix} 0 & 0,34 & 0,26 & 0,4 \\ 0 & 0,34 & 0,26 & 0,4 \\ 0 & 0 & 0,6 & 0,4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

В начальный момент элементы объекта находятся в состоянии S_0, S_C, S_B, S_A в соответствии с данными матрицы P_{ij}^1 . Найти вероятности состояний объекта после трех ударов $P(3)$.

Решение. Матрицы составлены по исходным данным согласно методике, пп. 2, 3.

Так как до первого удара здание не поражено, то вероятность его поражения равна $P_1(0) = 1$.

Вероятности состояний после первого удара будут взяты из первой строки матрицы P_{ij}^1 :

$P_1(1) = 0,3; P_2(1) = 0,38; P_3(1) = 0,22; P_4(1) = 0,1$ (после 1-го удара).

Используя формулу полной вероятности (2), находим вероятности состояний элементов здания после второго удара $P(2)$, используя данные строк матрицы P_{ij}^2 .

$P_1(2) = P_1(1) P_{11}^2 = 0,3 \times 0,06 = 0,018 \approx 0,1;$
 $P_2(2) = P_1(1) P_{12}^2 + P_2(1) = 0,3 \times 0,46 + 0,38 \times 0,52 = 0,3356 \approx 0,34;$

$P_3(2) = P_1(1) P_{13}^2 + P_2(1) + P_3(1) P_{33}^2 = 0,3 \times 0,23 + 0,38 \times 0,23 + 0,22 \times 0,75 = 0,3214 \approx 0,32;$

$P_4(2) = P_1(1) P_{14}^2 + P_2(1) P_{24}^2 + P_3(1) P_{34}^2 + P_4(1) P_{44}^2 = 0,3 \times 0,25 + 0,38 \times 0,25 + 0,22 \times 0,25 + 0,1 \times 1 = 0,325 \approx 0,33;$

$P_1(2) + P_2(2) + P_3(2) + P_4(2) = 0,018 + 0,3356 + 0,3214 + 0,325 = 1$ (сумма вероятн.).

Для третьего удара по формуле (2) и матрицы P_{ij}^3 получим вероятности:

$P_1(2) = 0,018; P_2(2) = 0,3356; P_3(2) = 0,3214;$
 $P_4(2) = 0,325$ (после 2-го удара);

$P_1(3) = P_1(2) P_{11}^3 = 0,018 \times 0,0 = 0,0;$
 $P_2(3) = P_1(2) P_{12}^3 + P_2(2) P_{22}^3 = 0,018 \times 0,34 + 0,3356 \times 0,34 = 0,120224 \approx 0,12;$

$P_3(3) = P_1(2) P_{13}^3 + P_2(2) P_{23}^3 + P_3(2) P_{33}^3 = 0,018 \times 0,26 + 0,3356 \times 0,26 + 0,3214 \times 0,6 = 0,284776 \approx 0,28;$

$P_4(3) = P_1(2) P_{14}^3 + P_2(2) P_{24}^3 + P_3(2) P_{34}^3 + P_4(2) = 0,018 \times 0,4 + 0,3356 \times 0,4 + 0,3214 \times 0,4 + 0,325 \times 1 = 0,595 \approx 0,6.$

Итак, вероятности состояний объекта после трех ударов будут:

$P_1(3) + P_2(3) + P_3(3) + P_4(3) = 0,0 + 0,120224 + 0,284776 + 0,595 = 1$ (сумма вероятн.).

$P_1(3) = 0; P_2(3) = 0,120224; P_3(3) = 0,284776; P_4(3) = 0,595$ (после 3-го удара).

После трех ударов получили вероятности исходов состояний здания:

- не повреждено (слабое) $P_1(3) \approx 0,0;$

- среднее повреждение $P_2(3) \approx 0,12;$

- сильное повреждение $P_3(3) \approx 0,28;$

- полное повреждение $P_4(3) \approx 0,6.$

Сумма вероятностей $P_3(3) + P_4(3) = 0,28 + 0,6 = 0,88$ — объект поражен.

Результаты расчетов исходов вероятностей состояний (P_i) объектов для величин обобщенных показателей устойчивости $\xi = 0,5; 0,75; 1,0; 1,25$ и трех разнотипных комбинированных ударов представлены в табл. 5, 6.

Заключение

В данной статье рассмотрено моделирование оценки вероятностей состояния объектов при последовательных воздействиях факторов обычных средств поражения по схеме марковских случайных процессов. Причем оценочные математические модели строились совместно с учетом методики расчетов ГОСТ Р 42.2.01-2014 Гражданская оборона, по которым вначале формировались исходные вероятности состояния объектов (P_1, P_2, P_3, P_4) как определяющие степени разрушения составных частей объекта, а затем по ним составлялись матрицы переходных вероятностей (P_{ij}) состояния объектов, необходимых для оценки результатов последовательных ударов СП. На основе полученных решений математического моделирования можно отметить следующие особенности полученных вероятностей поражения объектов:

1. Расчетные вероятности состояния объектов (P_i) для величин обобщенных показателей их устойчивости $\xi = 0,5; 0,75; 1,0; 1,25$ при последовательных однотипных ударах СП (в однородных цепях) показали закономерность повышения вероятностей их поражения (табл. 4). Причем перераспределение вероятностей поражения наблюдается в сторону увеличения полного поражения (P_4) от 0 до 0,78 и снижения вероятностей для остальных типов поражений.

2. Результаты расчетов исходов вероятностей состояний объектов для величин обобщенных показателей их устойчивости $\xi = 0,5; 0,75; 1,0$ при трех комбинациях последовательных ударов (в неоднородных цепях), представленных в табл. 5, показали $P(3)$ одинаковые результаты величин вероятностей поражения $P_1 = 0,01; P_2 = 0,28; P_3 = 0,38; P_4 = 0,33$. Такие же закономерности результатов одинаковых ве-

Таблица 5

Тип поражения		$\xi = 0,5 - 0,75 - 1$			$\xi = 0,75 - 1 - 0,5$			$\xi = 1 - 0,5 - 0,75$			$\xi = 1 - 0,75 - 0,5$		
		$P(1)$	$P(2)$	$P(3)$	$P(1)$	$P(2)$	$P(3)$	$P(1)$	$P(2)$	$P(3)$	$P(1)$	$P(2)$	$P(3)$
Сл. S_0	P_1	0,54	0,16	0,01	0,3	0,02	0,01	0,06	0,03	0,01	0,06	0,02	0,01
Ср. S_C	P_2	0,3	0,41	0,28	0,38	0,34	0,28	0,46	0,41	0,28	0,46	0,34	0,28
С S_B	P_3	0,16	0,33	0,38	0,22	0,32	0,38	0,23	0,31	0,38	0,23	0,32	0,38
П S_A	P_4	0	0,1	0,33	0,1	0,32	0,33	0,25	0,25	0,33	0,25	0,32	0,33

Примечание. Сл. — слабое (не поражен); Ср. — среднее; С — сильное; П — полное.

Таблица 6

Тип поражения		$\xi = 0,75 - 1 - 1,25$			$\xi = 1 - 1,25 - 0,75$			$\xi = 1,25 - 0,75 - 1$			$\xi = 1,25 - 1 - 0,75$		
		$P(1)$	$P(2)$	$P(3)$	$P(1)$	$P(2)$	$P(3)$	$P(1)$	$P(2)$	$P(3)$	$P(1)$	$P(2)$	$P(3)$
Сл. S_0	P_1	0,3	0,01	0,00	0,06	0,0	0,0	0,0	0,0	0,00	0,0	0,0	0,00
Ср. S_C	P_2	0,38	0,34	0,12	0,46	0,18	0,12	0,34	0,23	0,12	0,34	0,18	0,12
С S_B	P_3	0,22	0,32	0,28	0,23	0,27	0,28	0,25	0,31	0,28	0,25	0,27	0,28
П S_A	P_4	0,1	0,33	0,6	0,25	0,55	0,6	0,41	0,46	0,6	0,41	0,55	0,6

Примечание. Сл. — слабое (не поражен); Ср. — среднее; С — сильное; П — полное.

личин вероятностей дали расчеты для обобщенных показателей устойчивости $\xi = 0,75; 1,0; 1,25$ при их трех комбинациях в табл. 6 — $P_1 = 0,01; P_2 = 0,12; P_3 = 0,28; P_4 = 0,6$ (в колонках $P(3)$ табл. 5, 6). Таким образом, от применения комбинирования последовательности разных по мощности ударов по объектам при одном и том же количестве шагов (ударов) вероятности поражения по величине не меняются.

3. Применяя метод расчетов ГОСТ Р 42.2.01-2014 Гражданская оборона и моделирование оценки вероятностей по схеме марковских случайных процессов, рассмотренных в работе, можно определять состояние рисков поражения объектов при нанесении по ним многократных последовательных ударов.

Литература

- Буравлев А.И., Брезгин В.С. Методика оценки ущерба при имитационном моделировании огневого поражения объектов. Вооружение и экономика. № 5 (21). 2012 г. С. 13—21. (Электронный научный журнал).
- ГОСТ Р 42.2.01-2014 Гражданская оборона. Оценка состояния потенциально опасных объектов, объектов обороны и безопасности в условиях воздействия

поражающих факторов обычных средств поражения. Методы расчета. П. 4.10.

- Абчук В.А., Матвейчук Ф.А., Томашевский Л.П. Справочник по исследованию операций. М.: Воениздат, 1979. С. 297—303.
- Оценка последствий взрыва. АРЛИ спецтехника (формулы ВВ). Материалы факультета военного обучения МГТУ им. Н.Э. Баумана. http://arli-st.ru/article/article_11.html

Сведения об авторе

Домницкий Николай Константинович: член Общероссийской общественной организации «Российское научное общество анализа риска»

Количество публикаций: 8

Область научных интересов: оценка рисков состояний объектов в условиях применения обычных средств поражения

Контактная информация:

Адрес: 344012, г. Ростов-на-Дону, ул. Федора Зявкина, д. 33, кв. 49

Телефон: +7 (918) 586-06-93

E-mail: yufvniigochs@mail.ru